Pembinaan B-Bolt Fisika
Usaha dan Energi

Z. Nayaka Athadiansyah
SMA Negeri 3 Malang
9 Maret 2023

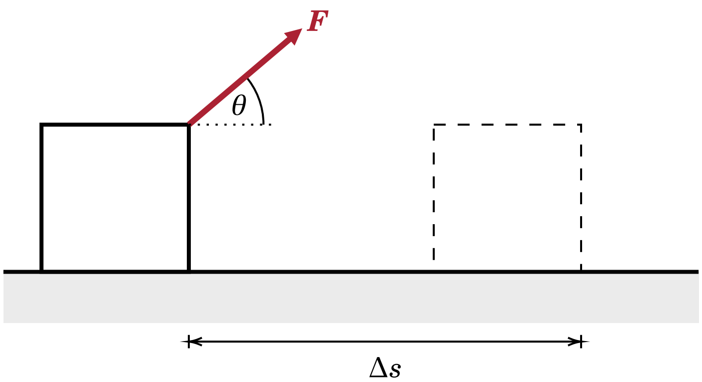
A Konsep Dasar

Usaha ($\boldsymbol{W}$) adalah energi yang dipindahkan dari/ke suatu benda yang disalurkan gaya sepanjang perpindahannya. Secara vektor, usaha didefinisikan sebagai

$$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{\Delta s} \tag{A.1}$$

di mana $\boldsymbol{F}$ dan $\boldsymbol{\Delta s}$ adalah vektor gaya dan perpindahan benda.

Perhatikan gambar berikut sebagai contoh.



Sebuah balok ditarik oleh gaya F yang membentuk sudut θ terhadap horizontal sehingga berpindah sejauh Δs ke kanan. Komponen gaya yang berkontribusi terhadap perpindahan balok hanyalah $F\cos\theta$; $F\sin\theta$ hanya mengurangi besar gaya normal. Atas dasar intuisi tersebut, usaha yang diberikan gaya F terhadap balok adalah

$$W = F\cos\theta \cdot \Delta s \tag{A.2}$$

yang pada dasarnya sama dengan Pers. (A.1).

Secara umum, usaha yang diperlukan oleh gaya $\boldsymbol{F}$ untuk memindahkan benda dari A ke B didefinisikan sebagai

$$\boldsymbol{W} = \int_A^B \boldsymbol{F} \cdot \, d\boldsymbol{s}. \tag{A.3}$$

Energi Kinetik adalah energi yang dimiliki oleh benda-benda yang bergerak. Ada dua macam energi kinetik, yakni energi kinetik *translasi* dan energi kinetik *rotasi*. Misalkan suatu benda bermassa m ditarik oleh gaya $\boldsymbol{F}$ yang searah dengan gerakannya, tanpa ada gaya lain yang bekerja, maka usaha yang dilakukan oleh gaya tersebut untuk memindahkannya dari A ke B adalah

$$W = \int_A^B F \, ds = \int_A^B ma \, ds = \int_A^B m \frac{dv}{dt} \, ds = \int_{v_A}^{v_B} m \, \frac{ds}{dt} \, dv = \int_{v_A}^{v_B} mv \, dv$$

$$= \frac{1}{2} mv^2 \bigg|_{v_A}^{v_B} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = E_{k,B} - E_{k,A}.$$

di mana v_A dan v_B adalah kecepatan di A dan B. $\frac{1}{2}mv_A^2$ dan $\frac{1}{2}mv_B^2$ masing-masing disebut **energi kinetik translasi** pada titik B dan A. Dari persamaan tadi dapat kita lihat bahwa usaha sama dengan perubahan energi kinetik:

Teorema A.1 (Teorema Usaha-Energi)**.** $W = \Delta E_k$

Secara umum, energi kinetik translasi didefinisikan sebagai

$$E_{kt} = \frac{1}{2}mv^2. \tag{A.4}$$

Untuk gerak rotasi, m dan v analog dengan I dan ω sehingga **energi kinetik rotasi** didefinisikan sebagai

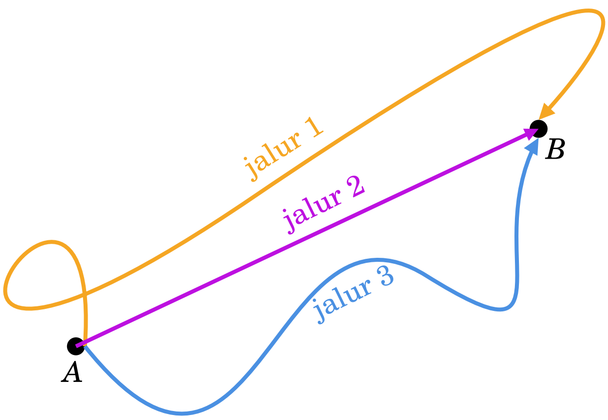
$$E_{kr} = \frac{1}{2}I\omega^2. \tag{A.5}$$

Persamaan (A. 4) dapat dinalar jika kita sedikit mengubah bentuknya, *lho*:

$$E_{k,B} = E_{k,A} + W.$$

Mula-mula benda ada di posisi A dengan energi kinetik tertentu lalu didorong hingga ke posisi B. Maka energi kinetik di posisi B pada dasarnya adalah energi kinetik di posisi A ditambah "energi" yang diberikan oleh gaya dorong.

Gaya Konservatif adalah gaya di mana besar usahanya tidak bergantung pada jalur yang ditempuh. Dengan kata lain, usaha oleh gaya konservatif hanya memedulikan perpindahan, bukan jarak.



$$W_{jalur\ 1} = W_{jalur\ 2} = W_{jalur\ 3}.$$

Jika suatu benda yang bergerak dalam lintasan tertutup menempuh satu putaran penuh, maka usahanya sama dengan nol karena perpindahannya juga sama dengan nol[i]:

$$W_\circ = \oint \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s} = 0. \tag{A.6}$$

Pada dua dimensi, suatu gaya F termasuk gaya konservatif jika memenuhi persamaan

$$\frac{\partial F_x}{\partial x} = \frac{\partial F_y}{\partial y}. \tag{A.7}$$

Gaya gravitasi, gaya pegas, dan gaya elektrostatis termasuk gaya konservatif, sedangkan gaya gesek dan gaya tegangan tali termasuk gaya non-konservatif.

[i]Benda kembali ke posisi semulam, jadi perpindahannya nol.

Energi Potensial adalah energi yang disimpan oleh suatu benda karena kedudukan atau posisinya relatif terhadap benda lain. Energi potensial E_p berhubungan dengan usaha oleh gaya konservatif. Jika benda yang mula-mula di A berpindah ke B akibat suatu gaya konservatif, maka:

$$\begin{aligned} W &= -\Delta E_p \\ &= -(E_{p,B} - E_{p,A}) = E_{p,A} - E_{p,B}. \end{aligned} \tag{A.8}$$

di mana ΔE_p adalah perubahan energi potensial. Beberapa contoh energi potensial adalah energi potensial gravitasi, energi potensial pegas, dan energi potensial listrik.

Energi Potensial Gravitasi adalah energi potensial yang disebabkan oleh gaya gravitasi. Untuk dekat permukaan Bumi, nilai gaya gravitasi adalah $-mg$. Misalkan suatu benda diangkat dari ketinggian y_A menjadi y_B, maka usaha yang dilakukan oleh gaya gravitasi adalah

$$W = -mg(y_B - y_A) = mgy_A - mgy_B$$

yang juga bisa ditulis $W = mg\Delta y$ di mana $\Delta y_B - y_A$. Membandingkan persamaan di atas dengan A.9 serta mempertimbangkan bahwa gaya gravitasi adalah gaya konservatif, energi potensial gravitasi dapat dinyatakan sebagai

$$E_p = mgy \tag{A.9}$$

di mana y adalah ketinggian benda terhadap acuan tertentu. Secara umum, berdasarkan hukum gravitasi universal Newton, gaya gravitasi antara massa M dengan massa m yang berjarak r adalah

$$F = \frac{GMm}{r^2} \tag{A.10}$$

di mana G adalah konstanta gravitasi universal (= 6,674 × 10^{-11} $\text{m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$). Jika mula-mula keduanya terpisah sejauh r_A lalu mendekat menjadi r_B akibat tarikan gravitasi, maka usaha yang dilakukan oleh gaya gravitasi adalah[ii]

$$W = \int_{r_A}^{r_B} \frac{GMm}{r^2} \cdot d\boldsymbol{r} = -\frac{GMm}{r}\bigg|_{r_A}^{r_B} = \frac{GMm}{r_A} - \frac{GMm}{r_B}.$$

Umumnya r_A dipilih sama dengan ∞ supaya suku kedua di ruas kanan menjadi nol[iii] sehingga gaya potensial gravitasi dapat dinyatakan sebagai

$$E_p = -\frac{GMm}{r}. \tag{A.11}$$

Energi Potensial Pegas adalah energi potensial yang disebabkan oleh gaya pegas, $F = -kx$. Misalkan sebuah partikel dikaitkan pada ujung sebuah pegas dengan konstanta k bergerak sepanjang suatu sumbu, katakanlah sumbu-x. Ketika pegas setimbang (tidak meregang atau merapat), posisi partikel adalah $x = 0$. Pada suatu saat, partikel berada pada posisi $x = x_A$ lalu ditarik hingga mencapai posisi x_B. Usaha yang dilakukan oleh pegas adalah

$$W = -\int_{x_B}^{x_A} kx\, dx = \frac{1}{2}kx^2\bigg|_{x_A}^{x_B} = \frac{1}{2}kx_A^2 - \frac{1}{2}kx_B^2$$

[ii]Tidak perlu bingung kenapa kita memakai $d\boldsymbol{r}$ ketimbang ds di sini; keduanya sama-sama melambangkan posisi atau perpindahan. Kita memakai huruf r untuk menyesuaikan dengan rumus gaya gravitasi.

[iii]Membagi dengan tak hingga mungkin tidak masuk akal karena ∞ bukan sebuah angka, tapi bayangkan saja bahwa ∞ adalah bilangan yang besar sekali. Membagi dengan bilangan yang besar sekali akan menghasilkan bilangan yang bernilai kecil sekali, yakni nol.

sehingga gaya potensial pegas dapat dinyatakan sebagai

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2. \tag{A.12}$$

B Konservasi Energi Mekanik

Energi mekanik adalah jumlah dari energi kinetik dan energi potensial pada suatu waktu:

$$E_m = E_k + E_p. \tag{B.1}$$

Dari teorema usaha-energi dan Persamaan A.8, kita dapatkan bahwa $W = \Delta E_k$ dan $W = -\Delta E_p$. Akibatnya,

$$\begin{aligned} W &= W \\ \Delta E_k &= -\Delta E_p \\ \underbrace{\Delta E_k + \Delta E_p}_{\Delta E_m} &= 0 \end{aligned} \tag{B.2}$$

Lebih lanjut lagi,[iv]

$$\begin{aligned} (E_{k,f} - E_{k,i}) + (E_{p,f} + E_{p,i}) &= 0 \\ E_{k,i} + E_{p,i} &= E_{k,f} + E_{p,f} \\ E_{m,i} &= E_{m,f} \end{aligned} \tag{B.3}$$

yang memberikan kita suatu kesimpulan:

Teorema B.1 (Hukum Konservasi/Kelestarian/Kekekalan Energi Mekanik)**.** *Jika gaya-gaya yang bekerja pada suatu sistem adalah gaya konservatif, maka energi mekanik bersifat kekal/terkonservasi.*

Contoh B.2. Sebuah partikel yang semula diam dilepaskan dari ketinggian h. Jika partikel berada dalam pengaruh medan gravitasi g, tentukan kecepatannya tepat ketika menumbuk tanah.

Jawab. Di sini ada dua momen utama yang akan kita tinjau dengan hukum konservasi energi mekanik, yakni tepat ketika partikel dilepaskan dan tepat ketika partikel menumbuk tanah. Mula-mula partikel diam ($v_i = 0$) sehingga energi kinetik translasinya ($E_{kt} = \frac{1}{2}mv^2$) sama dengan nol. Tepat setelah menumbuk tanah, ketinggian partikel sama dengan tanah ($h_f = 0$) sehingga energi potensialnya ($E_p = mgh$) nol. Jadi,

$$\begin{aligned} E_{m,i} &= E_{m,f} \\ E_{k,i} + E_{p,i} &= E_{k,f} + E_{p,f} \\ 0 + \cancel{m}gh &= \frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2 + 0 \\ v_f^2 &= 2gh \\ v_f &= \sqrt{2gh} \end{aligned}$$

□

Contoh B.3. Sebuah koin berbentuk silinder pejal (massa m, jari-jari r) menggelinding tanpa slip pada bidang datar licin dengan kecepatan v. Tentukan energi kinetik koin.

[iv]Subskrip i dan f di sini melambangkan *initial* 'awal' dan *final* 'akhir'.

Jawab. Menggelinding pada dasarnya adalah bergeser (translasi) sekaligus berputar (rotasi) sehingga energi kinetiknya terdiri dari energi kinetik translasi dan energi kinetik rotasi. Momen inersia dari silinder yang berputar terhadap pusat alas lingkarannya adalah $I = \frac{1}{2}mr^2$. Karena koin menggelinding tanpa slip, berlaku hubungan $v = r\omega$. Jadi, energi kinetiknya adalah

$$\begin{aligned} E_k = E_{kt} + E_{kr} &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \\ &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}m\underbrace{r^2\omega^2}_{v^2} \\ &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4}mv^2 \\ &= \frac{3}{4}mv^2 \end{aligned}$$

□

Contoh B.4. Sebuah partikel bermassa m dengan kecepatan awal v_0 bergerak secara horizontal pada bidang datar kasar dengan koefisien gesek kinetik μ_k sehingga kecepatannya berkurang menjadi v. Tentukan jarak yang ditempuh partikel hingga saat tersebut.

Jawab. Pertama-tama, karena benda hanya bergerak secara horizontal, maka $\Sigma F_y = 0$, yang memberikan kita $N = mg$.
Lalu, berdasarkan teorema usaha-energi, $W = \Delta E_k$ di mana dalam konteks ini W adalah usaha yang disebabkan oleh gaya gesek kinetis, f_k. Gaya gesek arahnya berlawanan dengan perpindahan partikel (membentuk 180°) sehingga tandanya negatif. Akibatnya, usaha yang disebabkan oleh gaya gesek bernilai negatif.

$$\begin{aligned} W &= \Delta E_k \\ -f_k\cdot\Delta s &= E_{k,f} - E_{k,i} \\ -\mu_k N\cdot\Delta s &= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \\ -\mu_k \cancel{m} g\cdot\Delta s &= \frac{1}{2}\cancel{m}(v^2 - v_0^2) \\ \Delta s &= \frac{v^2 - v_0^2}{-2\mu_k g} = \frac{v_0^2 - v^2}{2\mu_k g} \end{aligned}$$

□

C Daftar Pustaka

Morin, David. (2014). *Problems and Solutions in Introductory Mechanics*. ISBN-13: 978-1482086928.

Kanginan, Marthen. (2013). *Fisika untuk SMA/MA Kelas X*. Jakarta: Erlangga.

Verma, H.C. (2008). *Concepts of Physics* (jilid ke-1). New Delhi: Bharati Bhawan.

Halliday, David. Resnick, Robert. Krane, Kenneth S. (1992). *Physics* (edisi ke-4). New York, NY: John Wiley and Sons.

Finn, Edward J. Alonso, Marcelo. (1967). *Fundamental University Physics* (jilid ke-1). Ontario: Addison-Wesley

Feynman, Richard. (1963-1965). *The Feynman Lectures on Physics*. feynmanlectures.caltech.edu

D Lampiran

Alfabet Yunani

$A\alpha$ Alpha	$B\beta$ Beta	$\Gamma\gamma$ Gamma	$\Delta\delta$ Delta	$E\varepsilon$ Epsilon	$Z\zeta$ Zeta
$H\eta$ Eta	$\Theta\vartheta$ Theta	$I\iota$ Iota	$K\varkappa$ Kappa	$\Lambda\lambda$ Lambda	$M\mu$ Mu
$N\nu$ Nu	$\Xi\xi$ Xi	Oo Omikron	$\Pi\pi$ Pi	$P\rho$ Rho	$\Sigma\sigma/\varsigma$ Sigma
$T\tau$ Tau	$\upsilon\Upsilon$ Upsilon	$\Phi\varphi$ Phi	$X\chi$ Chi	$\Psi\psi$ Psi	$\Omega\omega$ Omega

Identitas-identitas Pemfaktoran

$$
\begin{aligned}
(a \pm b)^2 &= a^2 + b^2 \pm 2ab \\
a^2 - b^2 &= (a-b)(a+b) \\
(x+a)(x+b) &= x^2 + (a+b)x + ab \\
(a+b+c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc \\
(a \pm b)^3 &= a^3 \pm b^3 \pm 3ab(a \pm b) = a^3 \pm b^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \\
a^3 + b^3 &= (a+b)(a^2 - ab + b^2) \\
a^3 - b^3 &= (a-b)(a^2 + ab + b^2) \\
a^n - b^n &= (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + ab^{n-2} + b^{n-1}), \qquad n \in \mathbb{N}
\end{aligned}
$$

Aproksimasi Binomial. Jika $|x| << 1$ (baca: harga mutlak x jauh lebih kecil dari satu)

dan $|nx| << 1$ maka $(1+x)^n \approx 1 + nx$